Chapitre 10

Des images 2D aux surfaces polyédriques

10.1. Introduction

On se pose le problème de la reconstruction d'une scène 3D à partir d'images 2D par vision stéréoscopique [61]. On considère la scène comme une surface polyédrique, les images comme ses projections, et on recherche un polyèdre approximant. *Ce chapitre présente des méthodes permettant de générer une approximation polyédrique des objets à partir des résultats de la vision stéréoscopique. Ces méthodes peuvent être utilisées en aval de la vision stéréo (voir chapitre 6) pour simplifier le problème de reconnaissance.*

10.2. Approche régions

L'idée développée par l'approche régions, initialisée dans [36], est de segmenter en zones homogènes les deux images d'une paire stéréoscopique. Si on suppose que la scène est un polyèdre dont les facettes ont des niveaux de gris homogènes, les régions correspondent à la projection de ces facettes planes. La mise en correspondance de ces régions permet l'obtention de couples de régions homologues, c'est à dire associées à la même facette plane. Un exemple d'algorithme de mise en correspondance de régions par recherche de cliques maximums dans le graphe d'association est décrit dans [36]. Les facettes planes 3D s'obtiennent en calculant la meilleure homographie mettant en correspondance les segments de contour formant les frontières des deux régions. Les avantages de cette approche sont :

• la mise en correspondance des régions s'effectue relativement aisément, à cause du grand nombre d'attributs discriminants des primitives. En effet, dans la pratique l'utilisation des caractéristiques des régions et des graphes d'adjacence suffit pour la mise en correspondance (les contraintes géométriques ne sont pas indispensables surtout pour des images couleurs) ;

• on obtient des morceaux de plans dans l'espace formant une approximation de la surface. Une étape ultérieure d'approximation n'est donc pas nécessaire.

Cette méthode comporte néanmoins des restrictions :

• la validité des régions obtenues dépend des critères d'homogénéité choisis [127]. Or, pour des images naturelles bruitées, les résultats de segmentation sont parfois instables ;

• les régions définissent peu d'invariants projectifs ce qui les rend difficiles à manipuler en dehors des bonnes hypothèses (projection d'une même facette plane). En fait il n'est pas aisé de relier les propriétés radiométriques des régions avec les surfaces associées.

Cette approche régions a été étudiée dans plusieurs laboratoires [37, 175, 178] mais se heurte, pour l'instant, au fait que les propriétés radiométriques des objets sont actuellement encore peu étudiées [107]. L'approche contour, à laquelle est consacrée la partie suivante, extrait des informations fiables mais réduites de l'image, et repousse une partie des problèmes sur la structuration de ces informations.

10.2.1. Mise en correspondance de régions

Les algorithmes de segmentation en régions (voir chapitre 4 "Segmentation d'images en régions") fournissent une partition S d'une image qui peut être représentée par un graphe d'adjacence $\Delta = (S, L)$ où :

$S = \{R_1, R_2, \ldots, R_n\}$ est l'ensemble des régions,

R_i est l'étiquette de la région qui a été donnée par la segmentation,

$L = < R_1, R_2 >, \ldots$ est l'ensemble des arêtes du graphe,

$< R_i, R_j >$ existe si R_i et R_j sont des régions voisines, ainsi les nœuds R_i et R_j sont adjacents.

Le graphe Δ est un graphe valué : un vecteur attribut $A(R_i)$ est associé à chaque région, soit à chaque nœud.

On associe aussi un vecteur attribut $G(R_i, R_j)$ à chaque arc $< R_i, R_j >$.
Soit $\Delta_L = (S_L, E_L)$ et $\Delta_R = (S_R, E_R)$ les graphes représentant les segmentations des images droites et gauches où :

$S_L = \{L_1, \ldots\ldots L_n\}$ est l'ensemble des régions de l'image gauche ;

$S_R = \{R_1, \ldots.R_m\}$ est l'ensemble des régions de l'image droite.

Dans le cas où les deux images correspondent à deux vues stéréoscopiques, il existe une disparité entre l'image droite et l'image gauche (voir chapitre 6 : "Vision stéréoscopique"). Ainsi, les partitionnements obtenus pour les deux images sont différents et leur mise en correspondance revient à apparier de manière inexacte deux graphes valués. Une méthode efficace est d'utiliser la notion de graphe d'association introduite par Ambler [3]. On décrit dans la suite un exemple d'algorithme basé sur le graphe d'association.

10.2.1.1. Mise en correspondance et graphe d'association

Soit $\Delta_L = (S_L, E_L)$ et $\Delta_R = (S_R, E_R)$ les deux graphes résultant de la segmentation des deux images de la paire d'images stéréoscopique.

Le graphe d'association $G = (S, L)$ se construit comme suit :

- si deux régions $L_i \in S_L$ et $R_j \in S_R$ sont compatibles alors l'arc $< L_i, R_j >$ est inclu dans l'ensemble S ;

- un arc $< L_i, R_j >$ est connecté à un autre arc $< L_m, R_n >$ du graphe d'association si l'appariement de L_i avec R_j est compatible avec l'appariement de L_m avec R_n.

On peut considérer que la meilleure mise en correspondance est associée au plus grand ensemble de nœud-correspondances qui sont mutuellement compatibles. Dans le graphe d'association cela correspond au plus grand ensemble de nœuds totalement connecté : c'est à dire une clique. Ainsi les meilleures mises en correspondance sont déterminées par les cliques maximums.

Comme la mise en correspondance intervient après la segmentation, nous n'avons pas de connaissances à priori sur les images, ainsi nous utilisons seulement des relations de bas niveau pour construire le graphe d'association. En conséquence le graphe d'association peut être incomplet, nous ne rechercherons donc pas la clique maximum mais simplement une composante connexe "la plus connectée possible".

10.2.1.2. Une méthode de mise en correspondance

Cette méthode décrite dans [36] comporte deux étapes principales.

La première S_1 est un processus d'initialisation qui construit des paires de régions homologues (région gauche et région droite).

La seconde S_2 utilise le résultat de l'initialisation pour construire des composantes connexes dans le graphe d'association, nous l'appellerons "mise en correspondance secondaire". Cette étape revient à propager la mise en correspondance en utilisant les relations de connexité.

10.2.1.2.1. Processus d'initialisation

Soient $\Delta_L = (S_L, E_L)$ et $\Delta_R = (S_r, E_R)$ deux graphes tels que ceux définis précédemment.
Chaque région $L_i \in S_L$ est associée à un vecteur attribut $A(L_i)$, de même pour chaque région $R_j \in S_R$.
Ce vecteur attribut peut par exemple comprendre les attributs définis au chapitre 4 : taille, niveau de gris moyen, variance, amplitude de variation des niveaux de gris.

Cette étape S_1 classe les régions L_i en fonction de la première composante du vecteur attribut qui peut être, par exemple, l'aire de la région. Ainsi, pour chaque région L_i prise dans cet ordre, on recherche une région R_j qui vérifie un nombre de prédicats, égal à la taille du vecteur attribut. Chaque prédicat P_k teste la kième composante du vecteur attribut. On définit P_k comme suit :

$$P_k(R_j) = \text{vrai} \Longleftrightarrow (r(A_k(L_i), A_k(R_j)) > \delta_k)$$

où

$$A_k(L_i) \text{est la kième composante de} A(L_i)$$

$$r(x, y) = \frac{MIN(x, y)}{MAX(x, y)}; x, y \in R^+ - \{0\}$$

$$\delta_k \text{ étant un seuil donné}$$

Si plusieurs régions vérifient les prédicats, le meilleur candidat pour la mise en correspondance est sélectionné par rapport à la valeur d'une fonction de coût f_1 donnée par :

$f_1 = \sum_k (1 - r(A_k(L_i), A_k(R_j)); k = 1, 2, 3, 4$ si la taille du vecteur attribut est 4.

Le processus S_1 met les paires de régions (L_i, R_j) dans une liste F_1 ordonnée par rapport à $A_1(L_i)$. On définit ainsi pour chaque région gauche L_i la région droite dont les attributs sont les plus proches (R_j).

10.2.1.2.2. Définitions

Avant de décrire la recherche de composantes connexes du graphe d'association, donnons quelques définitions :
Définition d'un anneau :
Soit $\Delta = (S, E)$ le graphe de régions de l'image segmentée.
Soit $X \in S$ une région, nous noterons $H_X = (V_X, E_X)$ le sous-graphe qui contient tous les sommets connectés à X, X est appelée la région milieu de l'anneau H_X.

Définition d'une fonction d'orientation :
Soit $\Delta = (S, E)$ un graphe, soit $X \in S$ et $Y \in V_X$ deux régions voisines. On notera $\theta(X, Y)$ la fonction suivante :

$$\theta(X, Y) : R \times R \rightarrow [0, 2\pi]$$

Soient M_x et M_Y le centre d'inertie de X et Y, la valeur de $\theta(X, Y)$ est donnée par l'angle formé par $M_X M_Y$ et l'horizontale.

Définition d'un secteur :
Soit $\Delta_L = (S_L, E_L)$ et $\delta_R = (S_R, E_R)$ les deux graphes d'une paire stéréoscopique segmentée. Soit $X \in S_L$ et $W \in S_R$ deux régions associées respectivement à leurs anneaux : $H_X = (V_X, E_X)$ et $H_W = (V_W, E_W)$. Soit $Y \in V_X$ une région, un secteur noté $S_{X,Y}$ est l'ensemble des régions définies comme suit (voir figure 10.1.) :

$$U \in V_W$$

$$\theta(W, U) \leq \theta(X, Y) + \delta_\theta$$

et

$$\theta(W, U) \geq \theta(X, Y) - \delta_\theta$$

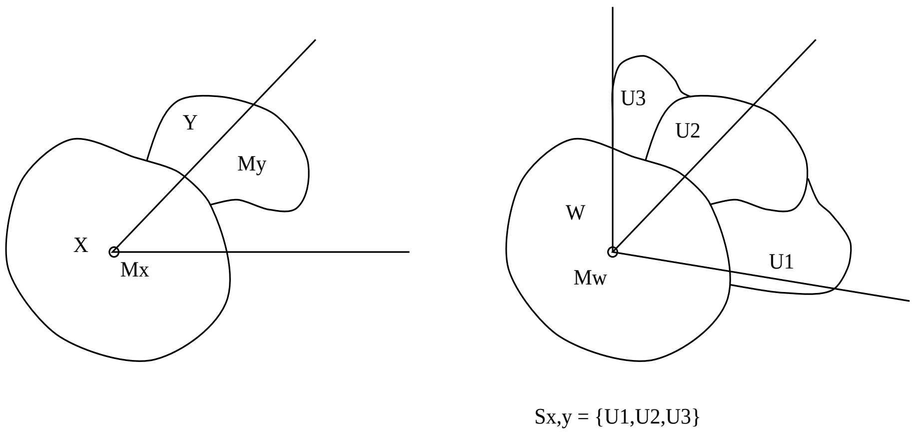

Figure 10.1. *Définition d'un secteur.*

10.2.1.3. Recherche de composantes connexes

Cette étape consiste à rechercher les composantes connexes les plus proches des "cliques maximums". On notera que seule une partie du graphe d'association est construite ce qui évite une complexité algorithmique trop importante. Cela est réalisé par le processus S_2 qui s'initialise en prenant le premier élément (X, W) de la liste F_1 pour l'insérer dans une seconde liste F_2 formant ainsi le premier nœud du graphe d'association. On exécute ensuite les étapes suivantes :

1. *mise en correspondance inexacte des anneaux, H_X et H_W :*
Les régions milieux de ces deux anneaux sont respectivement X et W. Cette étape fournit des nouveaux nœuds (Y,U) où $Y \in H_X$ et $U \in H_W$. Ces nouveaux nœuds sont connectés avec (X, W) et sont placés dans une liste F_2. Un coût de mise en correspondance $C_2(Y, U, X, W)$ est associé avec chaque nœud de F_2.

2. *propagation et ré-examen de vieilles paires* :
Les paires de régions obtenues à partir de l'étape 1 peuvent être utilisées comme régions milieux pour mettre en correspondance de nouveaux anneaux et pour construire de nouveaux nœuds du graphe d'association. En fait, si un candidat couple (Y, U) est proposé comme un nouveau nœud, les paires existant dans F_2 sont examinées pour vérifier si Y ou U ont déjà été associées avec d'autres régions. Dans ce cas, les fonctions coût de la nouvelle et de la vieille paire sont comparées. La meilleure paire est sélectionnée, si c'est la nouvelle on l'insère

dans la liste F_2 à la place de l'ancienne.

3. *fin du processus* S_2 :
L'étape 2 est exécutée jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de propagation et de réexamen de paires de régions existantes. Cet état survient lorsque :

- toutes les paires de régions possibles ont été examinées,
- toutes les paires possibles de régions d'une composante connexe ont été examinées.

4. *restauration du processus* S_2 *ou fin de la mise en correspondance* :
S'il existe plusieurs composantes connexes dans le graphe d'association (voir figure 10.2.), le processus S_2 stoppe après la construction d'une composante. Alors la liste F_1 est utilisée pour restaurer le processus S_2. Le premier élément de la liste F_1 qui n'est pas inclu dans la liste F_2 est placé dans F_2, il constitue le premier nœud d'une nouvelle composante connexe. Ainsi l'étape C est répétée.

Si toutes les paires de la liste F_1 ont été examinées, le processus S_2 s'arrête. Le processus S_2 s'arrête toujours car les deux graphes sont finis.

10.2.1.4. Correspondance durant la construction d'une composante connexe

La mise en correspondance est réalisée par le processus S_2. Deux régions mises en correspondance X et W sont considérées comme les régions milieux de deux anneaux H_X et H_W. Les candidats $U \in H_W$ pour un appariement avec une région $Y \in H_X$ sont choisis à l'intérieur du secteur $S_{X,Y}$. Ils doivent vérifier plusieurs prédicats de la même forme que ceux utilisés pour l'étape d'initialisation. On peut utiliser des prédicats prenant en compte l'aire, la moyenne des niveaux de gris et les dimensions du rectangle d'aire minimum des régions examinées.

Pour chaque paire (Y, U) une fonction de coût $C_2(Y, U, X, W)$ composée de deux parties est calculée :

$$C_2(Y, U, X, W) = d(Y, U) + f_a((X, Y), (W, U))$$

Le terme $d(Y, U)$ prend en compte la disparité des attributs associés aux régions Y et U et le terme $f_a((X, Y), (W, U))$ la disparité entre les arcs $< X, Y >$ et $< W, U >$ des deux graphes de régions.

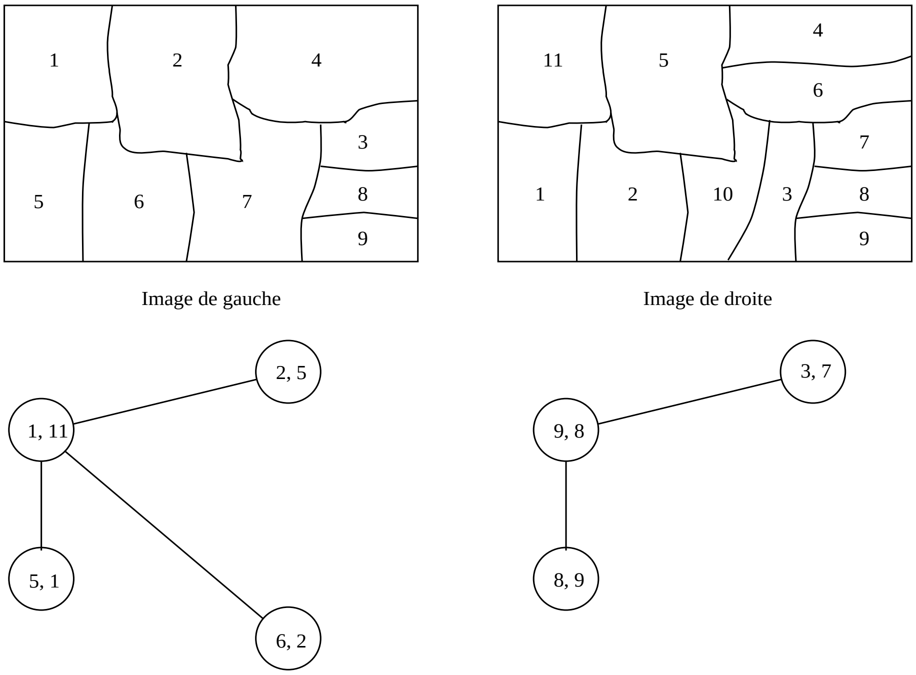

Figure 10.2. *Composantes connexes du graphe d'association.*

10.2.1.5. Résultats de mise en correspondance et conclusion

Cet algorithme a été testé sur des scènes d'intérieur à partir de segmentations obtenues par croissance optimale de régions (voir chapitre 4 "Segmentation d'images en régions") :. On obtient une mise en correspondance de deux graphes comprenant approximativement 150 régions en quelques secondes CPU sur une station SUN. On remarquera que dans l'implantation décrite précédemment seules les relations de connexité et les attributs des régions sont prises en compte. On peut cependant, sans rien changer à la structure algorithmique, rajouter des contraintes géométriques liées à la vision stéréoscopique comme la contrainte épipolaire (voir chapitre 6). On notera que l'algorithme décrit n'est qu'un exemple de méthode de mise en correspondance inexacte de graphe appliquée à l'appariement de régions. D'autres méthodes, au moins aussi performantes existent, Son principe est identique à celui de l'algorithme de mise en correspondance de segments décrit dans le chapitre 6, section 6.5.4. néanmoins elles reposent, pour la plupart, sur des principes similaires.

10.2.2. Reconstruction de facettes planes

Après l'obtention d'un ensemble de couples de régions homologues se , le problème se pose de savoir comment exploiter ces résultats pour la reconstruction de surfaces. Pour cela, on peut supposer que chaque couple de régions appariées est issu de la projection d'un même objet plan. Cette supposition est en particulier raisonnable dans le cas de scènes d'intérieur où il existe beaucoup de surfaces planes telles que les murs ou les plafonds. On peut attacher à chaque région les segments qui correspondent à l'approximation polygonale de ses points frontières. Ensuite on apparie les segments correspondant à deux régions homologues. Grâce au faible nombre de segments pour chaque frontière de région, ce problème est aisément résolu. La mise en correspondance des segments rend possible le calcul du meilleur plan 3D, au sens des moindres carrés, sur lequel la surface, dont la paire de régions est la projection, s'appuie.

Pour ce calcul, on utilise une méthode décrite dans [118] et dont les principes sont les suivants. Quand un point 3D se déplace dans un plan, les relations entre les coordonnées de ses projections sur les images gauche et droite sont linéaires en coordonnées projectives c'est à dire homographiques dans l'espace cartésien. Ainsi, si nous connaissons au moins quatre lignes non parallèles et leurs correspondants, on peut calculer la meilleure matrice de transformation par le moyen d'une technique de moindres carrés. Enfin, de la matrice de transformation, on déduit les paramètres du plan 3D correspondant. Ces calculs sont décrits précisément dans [118].

On attache donc à chaque région un plan 3D sur lequel s'appuie la surface dont elle est la projection. On obtient ainsi des surfaces 3D planes existant dans la scène 3D.

On peut noter que l'utilisation de régions pour la vision stéréoscopique se justifie lorsqu'il est possible de déduire facilement des informations sur les surfaces 3D de la scène à partir de leurs projections sur les plans image. Dans le cas où une analyse avancée des scènes 2D est nécessaire pour relier les objets aux régions et les régions aux surfaces 3D constituant les objets, l'opportunité de ce type d'approche n'est pas évidente.

10.3. Approche contours

Le principe de l'approche contours est d'extraire dans les deux images stéréoscopiques des segments de points de contours correspondant à la projection des arêtes de la surface polyédrique [12]. Ces segments sont mis en correspondance de manière à reconstruire des segments 3D formant les arêtes du polyèdre (voir chapitre 6). On obtient ainsi des segments 3D répartis dans l'espace et on se pose le problème de reconstruire le polyèdre dont les arêtes sont ces morceaux de droite. Pour cela, on peut faire des hypothèses sur la surface et mettre en œuvre des méthodes de minimisation [74], avec la difficulté de déterminer une bonne fonctionnelle à optimiser incluant les discontinuités et un algorithme d'optimisation efficace...

Une autre alternative est de ramener ce problème d'approximation à un problème combinatoire, en le réduisant considérablement grâce à la contrainte de visibilité. En effet les triangles, définis par les centres optiques des caméras et les segments 3D, traversent l'espace libre (dans l'hypothèse de non-transparence des objets). Ces triangles forment un ensemble de rayons. On est donc ramené à rechercher les polyèdres, pas nécessairement convexes, dont les arêtes sont les segments et qui n'intersectent aucun rayon.

Des méthodes de géométrie algorithmique développées par ailleurs [19, 20] apportent des solutions élégantes et efficaces à ce problème. Deux approches de ce type, assez complémentaires, ont été proposées [18, 17].

L'approche présentée dans [18] consiste à définir un ensemble de plans de coupe des données (segments 3D), à déterminer dans chaque plan la section de la surface, puis à relier les sections des plans successifs. Si les plans contiennent les rayons de tous leurs points (intersection du plan et des segments) un algorithme permet de reconstruire une solution unique pour chaque section. Ensuite on obtient un polyèdre en reliant les polygones définissant les sections avec une méthode de triangulation optimale. Dans le cas d'une surface polyédrique simple cet algorithme fournit une solution exacte, sinon un algorithme de reconstruction par coupes basé sur la triangulation de Delaunay peut être mis en œuvre [20].

La force de cette méthode est essentiellement l'utilisation d'une méthode de reconstruction 2D non heuristique et de faible complexité algorithmique [1] pour obtenir des sections planes successives. On obtient ainsi un coût calculatoire très faible pour déterminer l'espace libre à partir d'un couple d'images stéréoscopiques. L'inconvénient réside dans la nature 2.5D de cet algorithme. En effet, dans le cas de plusieurs données stéréo, la reconstruction de la surface entre les plans est heuristique et la mise à jour de la représentation n'est pas immédiate.

Une méthode de reconstruction réellement 3D est décrite dans [17]. Le principe est de déterminer la triangulation de Delaunay 3D des extrémités des segments en imposant la contrainte que les segments soient tous inclus dans une arête de Delaunay. Ensuite, on supprime les facettes des tétraèdres traversées par un rayon (sculpture). L'inconvénient de cet algorithme par rapport au précédent est essentiellement une complexité algorithmique beaucoup plus importante liée en particulier à l'étape de sculpture. De plus l'aspect heuristique de la triangulation de Delaunay offre moins de possibilités pour induire des stratégies actives de prises de mesure [2].

En effet dans la réalité de la robotique le problème se pose souvent de la manière suivante : soit un capteur, par exemple une caméra vidéo, comment générer une suite de prises de mesure permettant de reconstruire à coup sûr un ensemble d'objets polyédriques ? Ce problème est en partie résolu dans le cas 2D [2] et on peut penser qu'une adaptation de ces algorithmes aux données stéréoscopiques serait possible.

10.3.1. Reconstruction à partir de méthodes de rayons

10.3.1.1. Rayons

On suppose donc que les segments 3D issus du processus de vision stéréoscopique [12] correspondent aux arêtes d'une surface polyédrique. Afin de réduire l'ensemble des solutions pour la reconstruction de la scène, on introduit une information supplémentaire : les rayons.

Les segments détectés sont observés depuis différents points de vue situés aux centres optiques des caméras. Les triangles pleins formés par un segment et un centre optique de caméra traversent donc l'espace libre et définissent des rayons (voir figure 10.3.). En effet, on suppose les objets opaques et la contrainte de visibilité respectée.

La reconstruction de la scène se ramène donc à la recherche de surfaces polyédriques dont les arêtes sont les segments et qui ne sont traversées par aucun rayon.

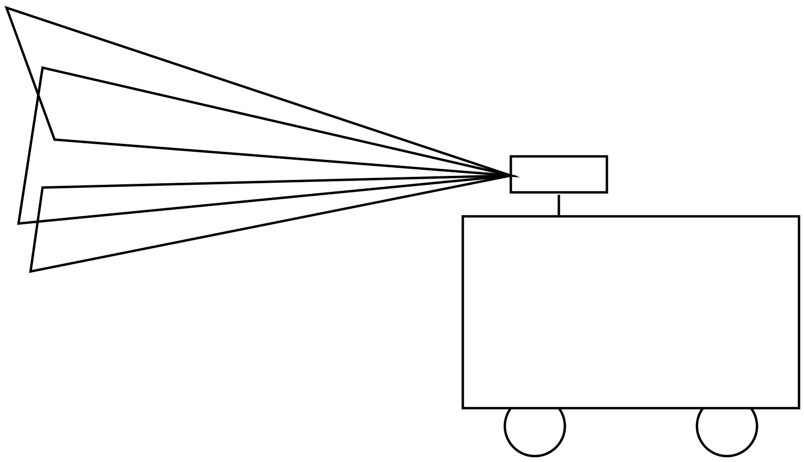

Figure 10.3. *Robot voyant des segments.*

10.3.1.2. Description de l'algorithme

Cette approche comporte trois étapes principales :

1. détermination d'un ensemble de plans de coupe : calcul d'une suite de sections planes des segments 3D.

2. reconstruction de polygones dans chaque plan de coupe : utilisation de méthodes de reconstruction de formes planes à partir de rayons.

3. reconstruction de surfaces entre deux plans successifs : connexion des polygones obtenus par des algorithmes de triangulation.

10.3.1.2.1. Détermination des plans de coupe

On détermine une suite de plans de coupe (P_i) telle que :

1. les sections des segments avec les (P_i) ne s'intersectent pas deux à deux : la détermination de la surface se réduit donc à sa reconstruction entre chaque couple de plans successifs.

2. chaque extrémité de segment est contenue dans un plan P_i pour une valeur de i : les parties de surfaces entre les plans consécutifs peuvent ainsi être déterminées sans ambiguité.

3. chaque rayon issu d'une extrémité de segment est contenu dans un plan P_i pour une valeur de i : la section de la surface dans chaque plan de coupe peut alors être obtenue par des méthodes de reconstruction de formes planes avec des rayons.

Il faut noter que si (1) et (2) peuvent être exactement vérifiés pour des données stéréoscopiques, il en est autrement pour (3). En effet l'existence d'une suite ordonnée de plans contenant tous les rayons des extrémités des segments n'est assurée que si les centres optiques des caméras sont alignés [18].

Ainsi deux cas se présentent :

1. les centres optiques des caméras sont alignés : on détermine un faisceau de plans passant par la droite définie par les centres optiques (C) et contenant les extrémités des segments (s_i) (voir figure 10.4.).

2. les centres optiques des caméras ne sont pas alignés : on détermine un ensemble de coupes parallèles contenant les extrémités des segments, et tels que les rayons peuvent être approximés par leur projection sur les plans (voir figure 10.5.).

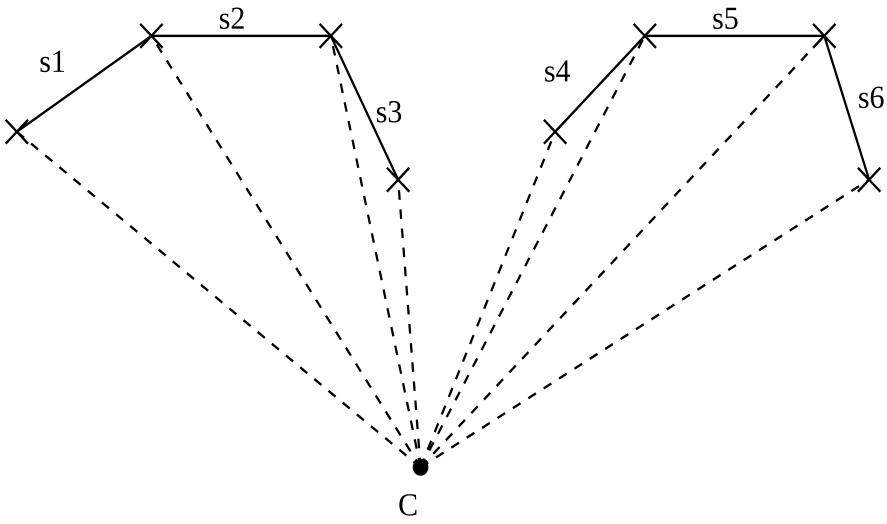

Figure 10.4. *Rayons et segments.*

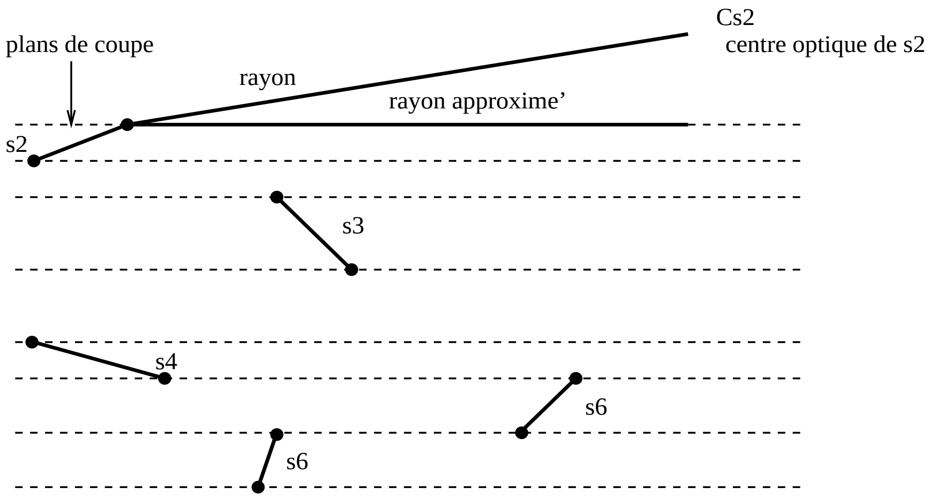

Figure 10.5. *Approximation des rayons, les plans sont en pointillés.*

10.3.1.3. Reconstruction dans les plans de coupes

Cette étape pose le problème de la reconstruction de polygones non convexes à partir de leurs sommets. En général, pour un ensemble donné de sommets on obtient plusieurs solutions pour le contour (voir figure 10.6.).

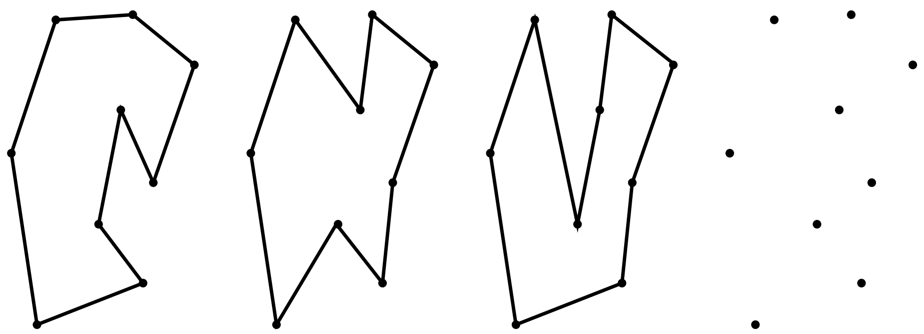

Figure 10.6. *Points mesurés et quelques solutions pour le contour de l'objet.*

Si on ajoute des rayons associés aux points mesurés on obtient une solution unique dans le cas d'un seul objet [1] (voir figures 10.9., 10.10. et 10.11.). La méthode décrite dans [1] permet de déterminer en temps optimal ($O(nlog(n))$ un ordre total sur l'ensemble des points mesurés, définissant le polygone solution dans le cas où ces points appartiennent à un objet unique et simplement connexe.

Le principe de cette méthode est basé sur l'algorithme suivant [1] :
Soit $p = \{p_1, p_2, \ldots p_n\}$ l'ensemble des points mesurés et $L = \{L_1, L_2, \ldots L_n\}$ l'ensemble des rayons correspondants. On suppose que les L_i sont des courbes semi-infinies ayant pour origines les points P_i. Le problème est de joindre les points de P par des segments de droite qui n'intersectent pas les rayons de L ce qui revient à trouver une approximation polygonale de l'objet (voir figure 10.7.).

On montre les deux théorèmes suivants [1] :
Théorème 1
Si on suppose, sans perte de généralité, qu'un sommet de l'enveloppe convexe des points mesurés (P) est choisi comme origine et un sens de parcours donné (par exemple le sens des aiguilles d'une montre). Alors les sommets de l'enveloppe convexe apparaissent dans le même ordre dans la solution polygonale du problème lorsque l'on parcourt les sommets de l'enveloppe convexe.

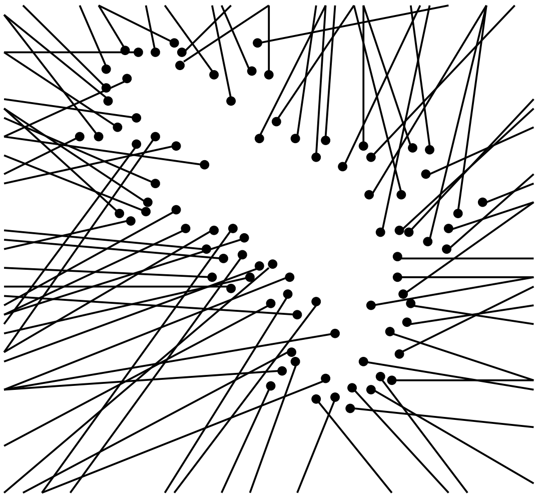

Figure 10.7. *Points et rayons.*

Théorème 2
Soient a_i et a_{i+1} deux sommets consécutifs de l'enveloppe convexe. Alors tout point C dont le rayon intersecte le segment $[a_i a_{i+1}]$ de l'enveloppe convexe est entre a_i et a_{i+1} dans l'ordre des points définissant la solution du problème.
Le problème de reconstruction se réduit donc à trier les classes de points dont les rayons intersectent la même facette de l'enveloppe convexe CH. Cela est réalisé avec la règle de comparaison suivante :
Règle de comparaison
c_1 est avant c_2 ($c_1 < c_2$) si une des deux propositions suivantes est vraie (voir figure 10.8.) :

1. i_{c_1} (intersection du rayon de c_1 avec $[a_i a_{i+1})$ est avant i_{c_2} sur l'arête orientée $a_i a_{i+1}$ et si le nombre d'intersection entre les rayons correspondants C_1 et C_2 dans l'enveloppe convexe est pair.

2. i_{c_1} est après i_{c_2} sur le contour orienté $a_i a_{i+1}$ et le nombre d'intersection des rayons C_1 et C_2 dans l'enveloppe convexe est impair.

L'algorithme de reconstruction se dérive directement soit :
Algorithme

1. pour chaque sommet c de $P - CH$ trouver la première intersection du rayon C associé à c avec l'enveloppe convexe et former les classes d'équivalence

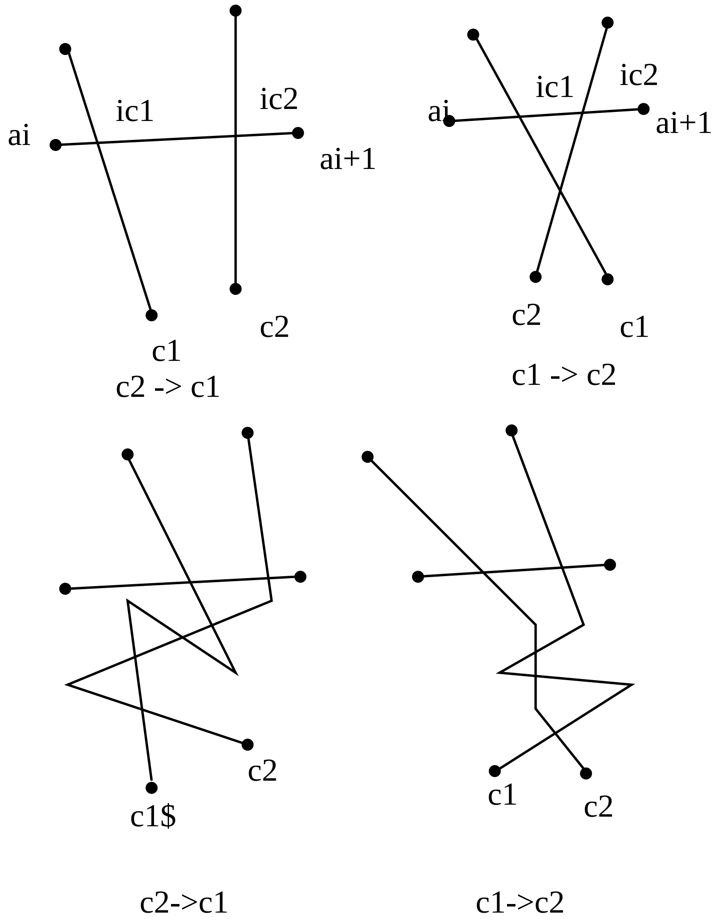

Figure 10.8. *Illustration de la règle de comparaison ; l'ordre correct est donné dans les différents exemples.*

correspondant à tous les sommets de l'enveloppe convexe.

2. trier chaque classe d'équivalence en utilisant par exemple l'algorithme *Quicksort* et la règle de comparaison.

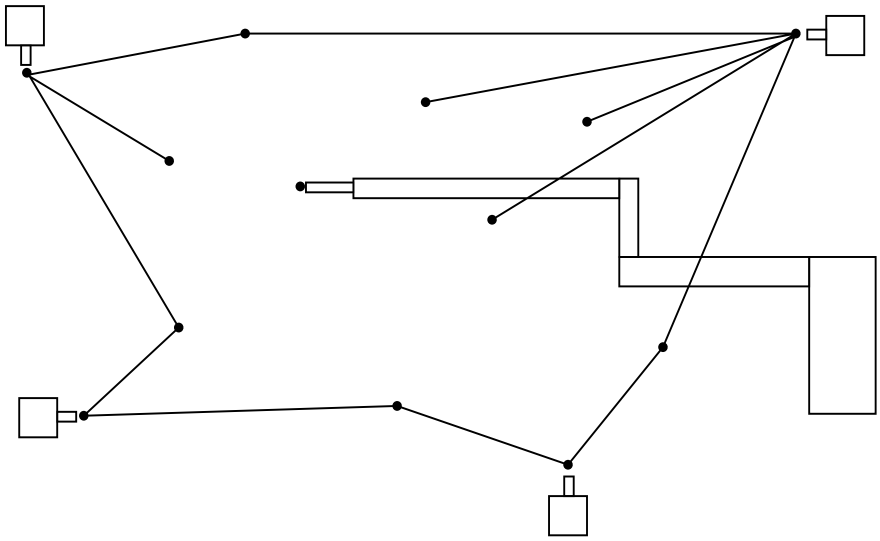

Figure 10.9. *Rayons associés aux points mesurés.*

Lorsque les rayons sont concourants, l'algorithme décrit dans [1] se ramène à un tri des rayons selon leurs orientations (voir figure 10.12.). Dans le cas de segments observés d'un seul point de vue cette méthode peut être utilisée afin de reconstruire la section de la scène dans chaque plan de coupe.

Dans le cas de plusieurs objets, l'information induite par les rayons permet d'obtenir une reconstruction incluant la solution exacte [1]. Un algorithme consistant à suivre les enveloppes externes des rayons [18] permet alors de déterminer les polygones correspondant aux frontières des objets. Cette méthode peut être utilisée lorsque les segments sont observés de différents points de vue. Son principe est d'identifier les plus petits polygones contenant les objets par calcul des points d'intersection des rayons entre eux (voir figure 10.13.).

Si on implante ces deux algorithmes (reconstruction par tri et reconstruction par suivi des enveloppes externes) sur une station de travail SUN-3, on obtient des temps de calcul de l'ordre d'une seconde pour une centaine de points. Les figures 10.14. à 10.18. présentent quelques résultats obtenus sur des données

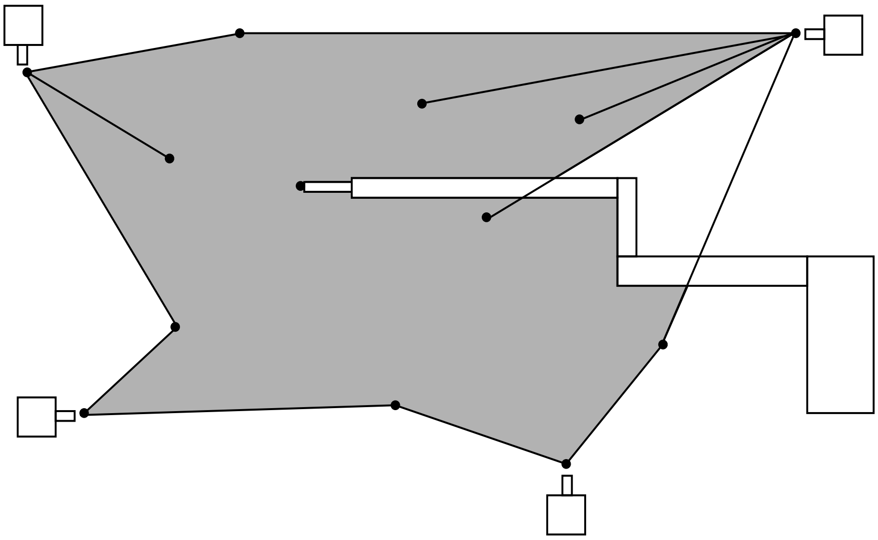

Figure 10.10. *Plus petit polygone dans lequel est inclu l'objet (enveloppe externe des rayons).*

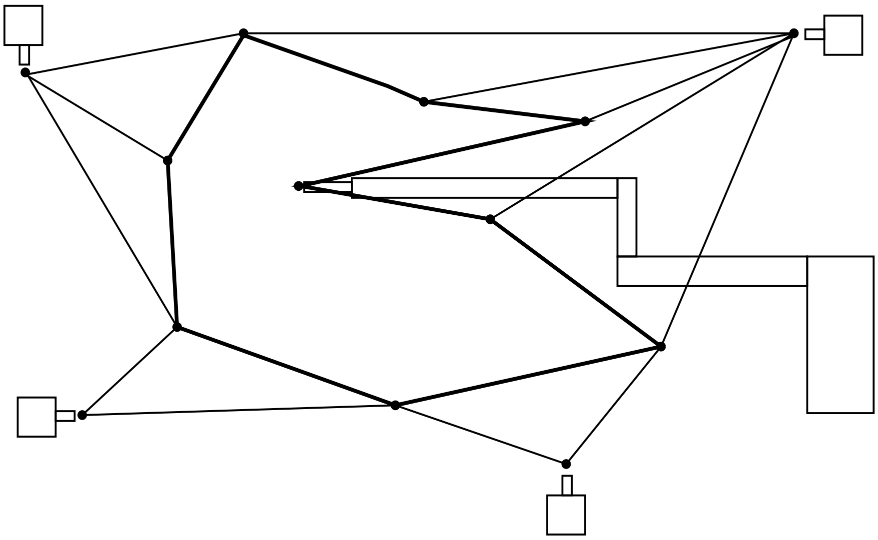

Figure 10.11. *Solution unique pour le contour de l'objet dans le cas d'une forme polygonale pour laquelle on a mesuré tous les sommets.*

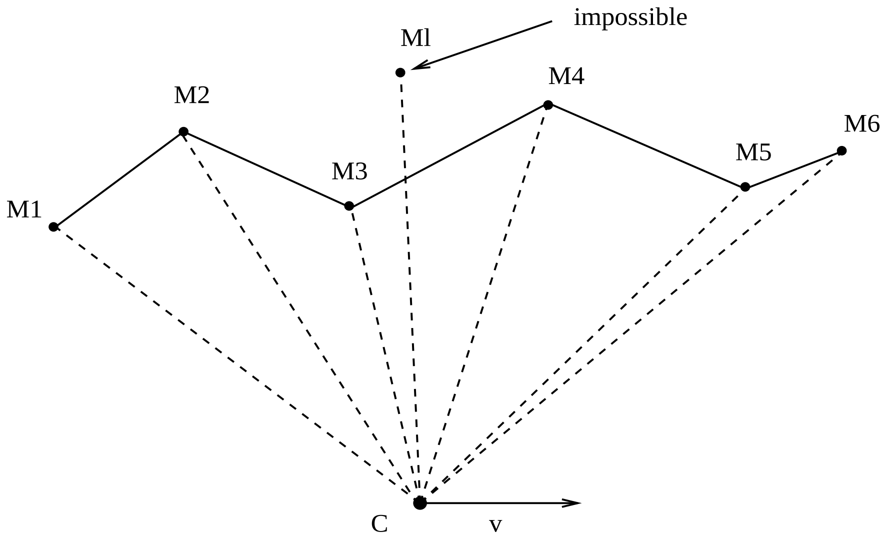

Figure 10.12. *Tri des rayons selon leurs orientations.*

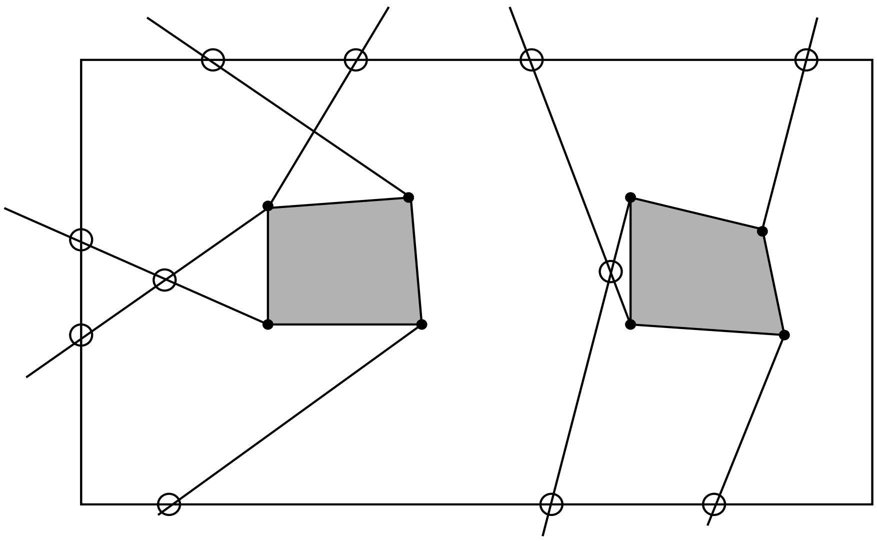

Figure 10.13. *Suivi de l'enveloppe externe des rayons.*

synthétiques.

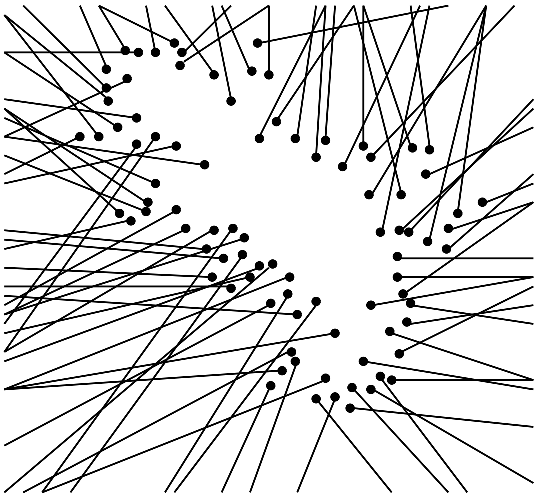

Figure 10.14. *Points et rayons.*

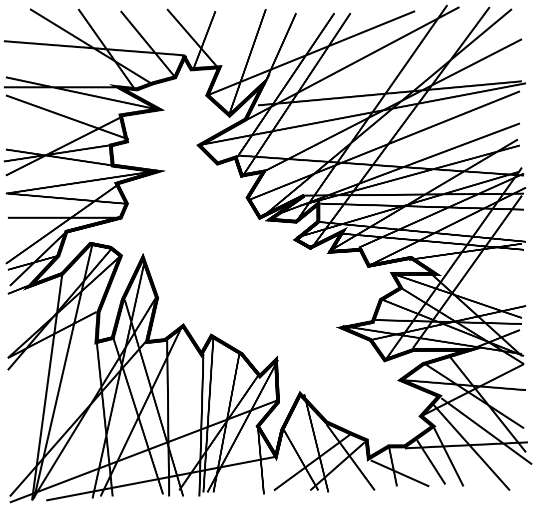

Figure 10.15. *Polygone correspondant à la figure précédente.*

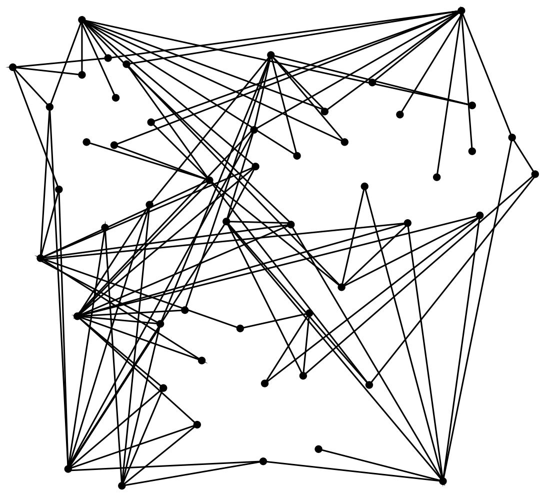

Figure 10.16. *Points et rayons.*

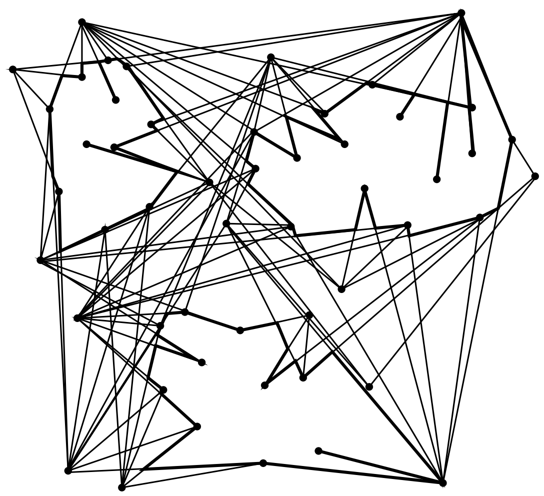

Figure 10.17. *Enveloppes externes des objets correspondant à la figure précédente.*

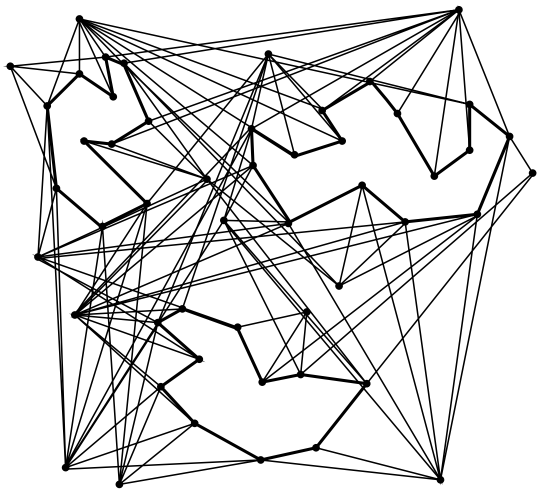

Figure 10.18. *Polygones correspondant aux enveloppes externes de la figure précédente.*

10.3.1.4. Reconstruction de surfaces joignant les polygones

Dans le cas d'un objet simple on peut utiliser une méthode optimale de triangulation introduite par Fuchs [64]. On obtient la triangulation qui minimise la somme de la longueur des arêtes [146] par recherche d'un chemin optimal dans le graphe de triangulation.

Les principes de cet algorithme de triangulation sont les suivants [146] :
Soit $L_1 = (P_1, ..P_m)$ la liste ordonnée des points d'un contour simple situé dans un plan. De même soit $L_2 = (Q_1, \ldots Q_n)$ la liste ordonnée des points d'un autre contour simple situé dans un plan parallèle au premier (voir figure 10.19.).
On peut par exemple supposer que la triangulation recherchée contient les arêtes Q_1P_1 et Q_nP_m. On représente l'ensemble des triangulation possibles à l'aide d'un graphe $G = (C_{ij}, N)$ associé à L_1 et à L_2 (voir figure 10.20.).

Les nœuds de ce graphe notés C_{ij} représentent un segment $[P_iQ_j]$ joignant le point P_i de L_i au point Q_j de L_2. Un arc $A = (C_{ij}, C_{ik})$ de G qui joint C_{ij} à C_{ik} représente le triangle $P_iQ_jQ_k$.

Or la triangulation recherchée vérifie :

1. si le segment $[P_iQ_j]$ appartient à la triangulation alors $[P_{i+1}Q_j]$ ou $[P_iQ_{j+1}]$ appartient aussi à la triangulation. Cela signifie que tout nœud C_{ij}

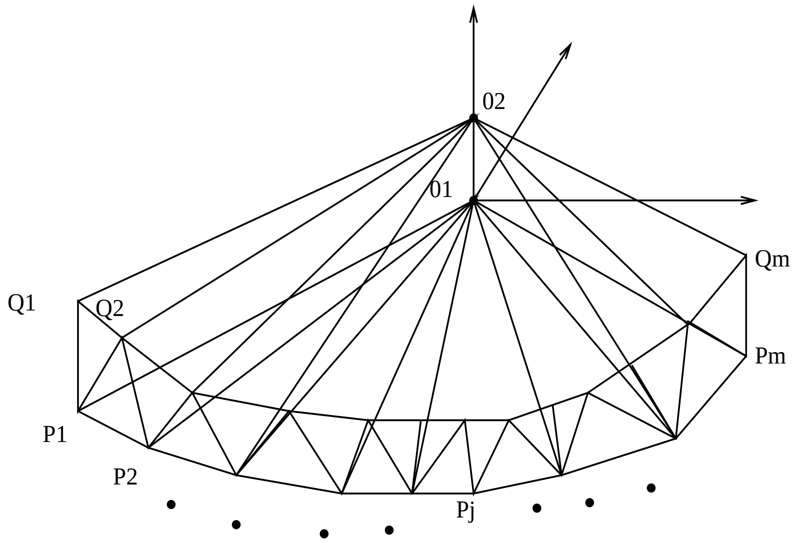

Figure 10.19. *Contours dans des plans parallèles.*

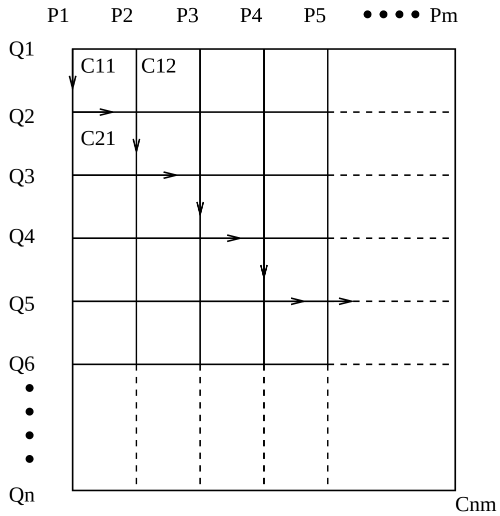

Figure 10.20. *Graphe des triangulations.*

du graphe associé est relié par un arc aux nœuds $C_{i(j+1)}$ et $C_{(i+1)j}$.

2. tout point du contour est relié à au moins un point de l'autre contour. Soit une triangulation correspond à un chemin dans G du nœud C_{11} au nœud C_{mn} passant au moins une fois sur chaque ligne et une fois sur chaque colonne.

3. les arêtes de la triangulation ne se croisent pas : Si un chemin dans G, représentant une triangulation de $L_1 L_2$ passe par C_{ij} et $C_{(i+1)j}$ alors il ne peut pas passer par $C_{i(j+1)}$; d'où l'orientation du graphe G.

Toute triangulation associée aux contours L_1 et L_2 est donc représentée par un chemin de G joignant C_{11} à C_{mn}. On peut associer à un tel chemin un coût caractéristique de la triangulation correspondante : longueur des arêtes [146], volume compris entre les deux plans de coupe ... La recherche de la meilleure triangulation se ramène alors à la recherche d'un chemin optimal dans le graphe des triangulations G. Cet algorithme se met en œuvre aisément en utilisant des relations récursives entre les longueurs des chemins optimaux.

Dans le cas de plusieurs objets on peut utiliser un algorithme de reconstruction basée sur la triangulation de Delaunay [20]. Son principe est de calculer la triangulation de Delaunay des points des deux sections, puis de supprimer les tétraèdres à l'extérieur des objets (chaque section définit des contours fermés) ou provoquant des singularités (s'appuyant sur un point ou une arête).

10.3.2. Reconstruction par sculpture de la triangulation de Delaunay

Une autre alternative développée dans [17] consiste à construire la triangulation de Delaunay [19] des extrémités des segments 3D en contraignant chaque segment à être une arête de Delaunay. La triangulation de Delaunay correspondant au pavage de l'espace le plus isotrope possible (dans le cas 2D on montre que la triangulation de Delaunay est la triangulation la plus équilatérale possible), on obtient ainsi les relations de voisinage les plus vraisemblables. On peut donc supposer que la surface polyédrique contenant les objets de la scène est incluse dans le pavage de Delaunay. La contrainte de visibilité implique que toutes les facettes planes traversées par des rayons (voir partie précédente) n'existent pas (ou sont transparentes). On élimine les facettes des tétraèdres de Delaunay traversés par les rayons définis par les segments 3D et les centres optiques des caméras. Ainsi on obtient un ensemble de tétraèdres définissant un volume et une surface polyédrique qui constitue une approximation des surfaces de la scène 3D.

L'avantage de cet algorithme par rapport au précédent est qu'il s'adapte automatiquement au cas de plusieurs vues avec des positions quelconques pour les centres optiques. L'inconvénient réside dans la complexité algorithmique de la triangulation contrainte et surtout de l'élimination des tétraèdres qui cachent des segments.

10.3.3. Résultats expérimentaux et conclusion

Ces deux algorithmes ont été implantés et testés sur des données stéréoscopiques réelles. Le résultat de la reconstruction est un ensemble de facettes triangulaires définissant une surface polyédrique. Les résultats obtenus sont satisfaisants et assez similaires pour les deux méthodes. Pour la première méthode (reconstruction à partir de coupes) on obtient pour deux cent segments un temps de calcul de l'ordre d'une dizaine de secondes sur une station SUN-3.

Ces travaux illustrent l'intérêt des méthodes de reconstruction de formes avec des rayons pour l'extraction de surfaces à partir de données stéréoscopiques. En effet ce type d'approche conduit à des algorithmes non heuristiques, de faible complexité, et qui ne requièrent aucune information à priori.